

## Занятие №50. Производная сложной функции

### Вопросы для повторения:

1. Что называют производной функции?
2. Какие правила дифференцирования Вы знаете?

\*\*\*

**Пример 1.** Найти производную сложной функции  $y = \sin 7x$ .

*Решение.* Мы знаем функцию  $y = \sin x$ . Ее производная  $y' = \cos x$ . В нашем примере на месте аргумента стоит функция. Обозначим ее как  $g = 7x$ . По правилу  $(f(g(x)))' = f'(g)g'(x)$ . Найдем  $g' = (7x)' = 7$ . Теперь соберем все в единое целое:

$$y' = (\sin 7x)' = \cos 7x \cdot 7 = 7 \cos 7x \blacksquare.$$

**Пример 2.** Найти производную сложной функции  $y = \sin(1 + 2x + e^x)$ .

*Решение.* Как и в первом примере, производная  $y'(\sin x) = \cos x$ . В нашем примере на месте аргумента опять стоит функция. Обозначим ее как  $g = 1 + 2x + e^x$ . По правилу  $(f(g(x)))' = f'(g)g'(x)$ . Найдем  $g' = (1 + 2x + e^x)' = 2 + e^x$ . В результате:

$$y' = (\sin(1 + 2x + e^x))' = \cos(1 + 2x + e^x)(2 + e^x) \blacksquare.$$

### Задания для самостоятельной работы:

1. Заполните таблицу:

$f(g(x))$	$f(g)$	$f'(g)$	$g(x)$	$g'(x)$	$(f(g(x)))' = f'(g)g'(x)$
1. $y = \sin(4x+1)$	$y = \sin g$	$y' = \cos g$	$4x+1$	4	$y' = 4\cos(4x+1)$
2. $y = e^{2x+3}$	$y = e^g$	$y' = e^g$	$2x+3$	2	$y' = 2e^{2x+3}$
3. $y = 2\sin 3x$					
4. $y = \sin(2x+1)$ ,					
5. $y = \cos(5x^2 - 2x)$					
6. $y = (1 + e^x)^2$					
7. $y = 2\operatorname{tg} 3x$					

2. Найдите производные произведений функций:

а)  $y = (x-1)e^{2x}$       б)  $y = (1-2\sin 3x)(1+3\cos 3x)$ ,      в)  $y = 4\sin 2x - (1+x^2)\cos 2x$ ,  
 г)  $f(x) = \sin 3x(1-x^2)$ ,      д)  $f(x) = \sin 4x \cos 8x$       е)  $f(x) = (2 + \sin 2x)x^2$ ,

3. Найдите производные частных двух функций:

а)  $f(x) = \frac{2\cos 3x + x^3}{\sin 2x - 2}$ ,      б)  $f(x) = \frac{\sin(x+1)}{x^2}$ ,      в)  $f(x) = \frac{1+x}{\sin 2x}$ ,  
 г)  $y = \frac{1 - 2\sin 2x}{1 + 3\cos x}$       д)  $y = \frac{\cos 2x - \sin 2x}{\cos 2x + \sin 2x}$ ,      е)  $y = \frac{2\sin 5x + 3x}{x^3}$ .

4. Проверьте, является ли функция  $y(t) = 3\cos(2t+3)$  решением дифференциального уравнения  $y'' = -4y$ .

### Задание на дом:

- ❖ Найдите производную функции  $y = 2\sin(2x+1) - 3\cos 3x$ .