Тема 6. Векторы в пространстве

Занятие №15. Определение вектора

Немного истории[1]**.** Одним из фундаментальных понятий современной математики являются вектор и его обобщение – тензор. Вектор относительно новое математическое понятие. Сам термин «вектор» впервые появился в 1845 году у ирландского математика и астронома Уильяма Гамильтона (1805 – 1865) в работах по построению числовых систем, обобщающих комплексные числа. Почти одновременно с ним исследования в том же направлении, но с другой точки зрения вёл немецкий математик Герман Грассман (1809 – 1877). Англичанин Уильям Клиффорд (1845 – 1879) сумел объединить два подхода в рамках общей теории, включающий в себя и обычное векторное исчисление. А окончательный вид оно приняло в трудах американского физика и математика Джозайи Уилларда Гиббса (1839 – 1903), который в 1901 году опубликовал обширный учебник по векторному анализу.

Векторное исчисление и его приложения бурно развиваются. Были созданы векторная алгебра и векторный анализ, общая теория векторного пространства. Эти теории были использованы при построении специальной и общей теории относительности, которые играют исключительно важную роль в современной физике.

Понятие вектора возникает там, где приходится иметь дело с объектами, которые характеризуются величиной и направлением. Например, некоторые физические величины, такие, как сила, скорость, ускорение и др., характеризуются не только числовым значением, но и направлением. В связи с этим указанные физические величины удобно изображать направленными отрезками**.**

☛**О1.** Отрезок, имеющий направление, называется ***вектором*** (на плоскости или в пространстве). Обозначение: $\overrightarrow{AB}, \overline{AB}$ (рис. 1). Запись $\overrightarrow{AB}$ (или $\overline{AB}$) означает, что точка A – начало вектора, точка B – конец.

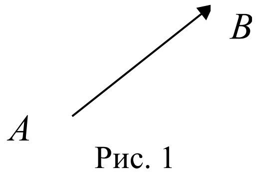


Рис. 1

Любая точка пространства может рассматриваться как ***нулевой*** вектор.

☛**О2**. ***Длиной*** ненулевого вектора $\overrightarrow{AB}$ называется длина отрезка AB. Обозначение $|\overrightarrow{AB}|$, причем $|\vec{0}| = 0$.

☛**О3.** Два ненулевых вектора называются ***коллинеарными***, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

☛**О4.** Два вектора называются ***сонаправленными***, если они коллинеарные и имеют одно направление.

☛**О5.** Векторы называются ***равными***, если они сонаправлены и их длины равны.

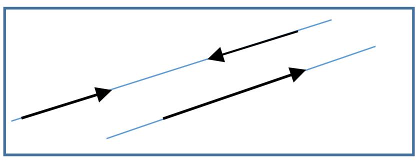
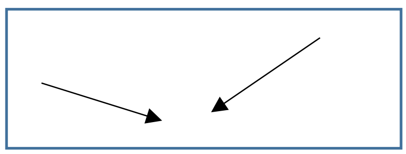
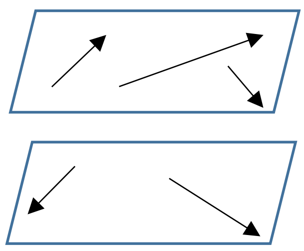
Если A – начало вектора $\vec{a}$, то говорят, что вектор $\vec{a}$ отложен от точки A.

Если $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не являются сонаправленными и выходят из одной точки, то они образуют угол α.

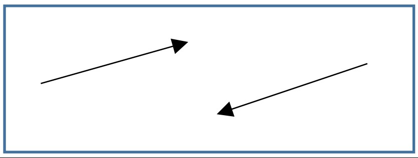
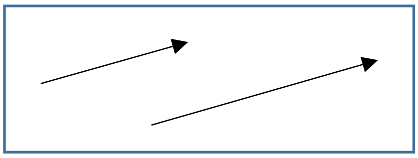
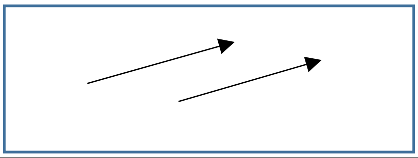
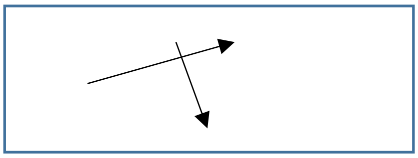
☛**О6.** Если угол между двумя векторами равен 90^0, то вектора называются ***перпендикулярными*** или ***ортогональными***.

☛**О7.** Векторы, лежащие в одной плоскости или в параллельных плоскостях, называются ***компланарными***.

Таблица №1 – Виды векторов

Векторы		
Коллинеарные $\vec{a} \| \| \vec{b}$	Неколлинеарные	Компланарные
		

---
[1] Мир геометрии https://sites.google.com/site/mirgeometrii/istoria-vozniknovenia-ponatia-vektor Дата доступа 16.11.2021

Противоположнонаправленные $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$	Сонаправленные $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$
	
Равные $\vec{a} = \vec{b}$	Ортогональные (перпендикулярные) $\vec{a} \perp \vec{b}$
	

Основные действия с векторами на плоскости

Линейные операции над векторами (или действия над векторами) – это сложение векторов, вычитание и умножение вектора на число (скаляр).

1) ***Сложение*** векторов.

Правило треугольника:

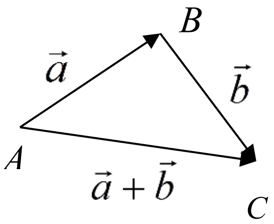


Рис. 2

Если от какой-нибудь точки A отложен вектор $\overrightarrow{AB}$, равный $\vec{a}$, а затем от точки B отложен вектор $\overrightarrow{BC}$, равный $\vec{b}$, то вектор $\overrightarrow{AC}$ называется ***суммой*** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и обозначается $\vec{a}+\vec{b}$, т.е. $\overrightarrow{AC}=\vec{a}+\vec{b}$. Это правило сложения называется ***правилом треугольника*** (рис. 2).

Правило параллелограмма

Если вектора неколлинеарные, то их сумму можно получить, пользуясь ***правилом параллелограмма*** (рис. 3).

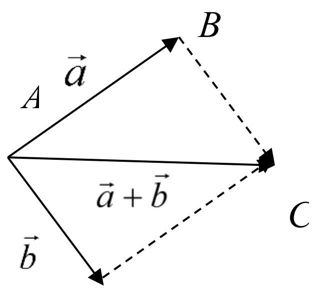


Рис. 3.

2) ***Разность*** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – это сумма векторов $\vec{a}$ и $(-\vec{b})$, где $(-\vec{b})$ - вектор, противоположный вектору $\vec{b}$, т.е. вектор, длина которого равна длине вектора $\vec{b}$, а направление – противоположное направление вектора $\vec{b}$ (рис. 4).

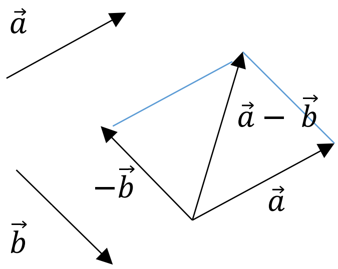


Рис. 4

3) ***Произведением*** ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна произведению $|k|*|\vec{a}|$, причем $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены при $k>0$ и противоположно направлены при $k<0$.

Задания для самостоятельной работы:

1. Начертите в тетради три неколлинеарных вектора $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ разной длины. Постройте сумму векторов $\vec{a}+\vec{b},\ \vec{a}+\vec{c}$ по правилу треугольника, затем по правилу параллелограмма.

Задание на дом:

1. Начертите три неколлинеарных, равных по длине, вектора $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. Найдите сумму векторов $\vec{a}+\vec{b},\ \vec{a}-\vec{c},\ \vec{b}-\vec{c}$ по правилам треугольника и параллелограмма.
2. Найдите в интернете ответ на вопрос: зачем нужно знание векторов для вашей специальности? Ответ запишите в тетради.