

Занятие №5. Многогранники.

Цель: познакомиться с видами многогранников, отработать навыки решения практических задач на нахождения площадей и объемов тел; продолжить развитие пространственного воображения.

Просмотр презентации «Многогранники»

☞ **О-1. Многогранник** – это геометрическое тело, ограниченное многоугольниками (гранями) (рис. 1¹).

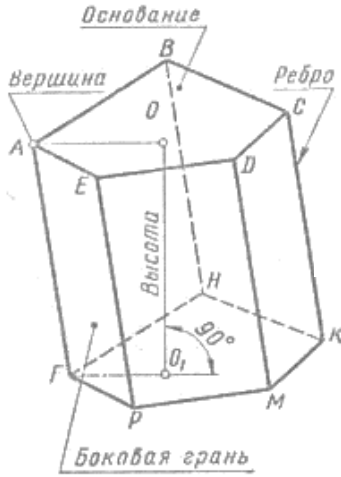


Рис. 1

☞ **О-2. Гранями многогранника** называют многоугольники, ограничивающие многогранник.

☞ **О-3. Ребрами многогранника** называют общие стороны смежных граней.

☞ **О-4. Основанием многогранника** называют две грани, являющиеся конгруэнтными многоугольниками, лежащими в параллельных друг другу плоскостях; остальные называют **боковыми гранями**.

☞ **О-5. Вершинами многогранника** называют вершины многогранных углов, образованных его гранями, сходящимися в одной точке.

☞ **О-6. Диагональ** – это отрезок, соединяющий две вершины многогранника, не лежащие в одной грани.

☞ **О-7. Высотой** призмы называется расстояние между основаниями призмы.

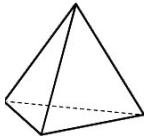
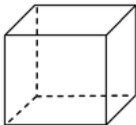
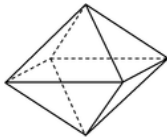


☞ **О-8.** Многогранники бывают **выпуклыми** и **невыпуклыми**.

Выпуклым называется многогранник, если он расположен по одну сторону плоскости, проведённой через любой многоугольник, образующий поверхность данного многогранника. Если хотя бы одна такая плоскость разрезает многогранник, то он **невыпуклый**.

☞ **О-9.** Если пересечением многогранника и плоскости является многоугольник, то он называется **сечением многогранника плоскостью**, а эту плоскость называют **секущей плоскостью**.

Существует пять различных правильных многогранников (выпуклых) – **Платоновы тела**:

Таблица 1 Платоновы тела

правильный четырехгранник (правильный тетраэдр) «тетра» - 4 «эдра» - грань		правильный шестигранник (куб) «гекса» - 6		правильный восьмигранник (правильный октаэдр) «окта» - 8	
правильный двадцатигранник (правильный икосаэдр) «икоса» - 20;		правильный двенадцатигранник (правильный додекаэдр) «додека» - 12			

ПРИЗМА

☞ **О-10. N -угольной призмой** называют многогранник, составленный из двух равных n – угольников, лежащих в параллельных плоскостях, и n -параллелограммов, которые образовались при соединении вершин n -угольников отрезками параллельных прямых.

☞ **О-11.** В N -угольной призме равные n -угольники называют **основаниями** призмы.

☞ **О-12.** Призмы бывают **прямыми** и **наклонными**. Призма называется **прямой**, если её рёбра перпендикулярны плоскостям оснований. В противном случае призма называется **наклонной**.

☞ **О-13.** Если основания прямой призмы — правильные многоугольники, то такую призму называют **правильной**. У прямых призм все боковые грани — прямоугольники. Боковые рёбра прямой призмы перпендикулярны к плоскостям её оснований.

¹Рисунок взят с сайта <http://www.viktoristar.ru/prizma.html>

☞ **О-14.** **Высота** призмы – это перпендикуляр, опущенный из любой точки одного основания к другому основанию призмы.

Многоугольник, лежащий в основании, определяет название призмы. Например, треугольник – треугольная призма, четырехугольник – четырехугольная; n-угольник – n-угольная.

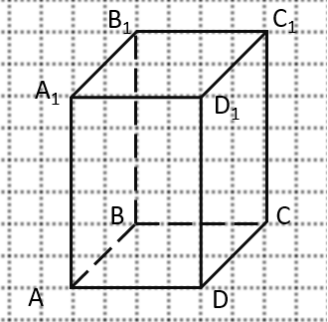
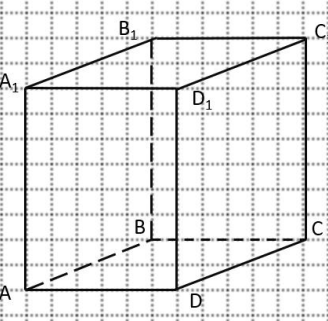
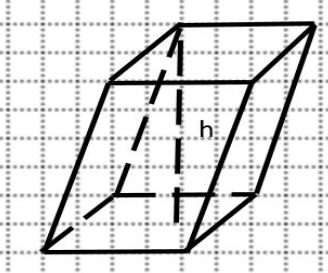
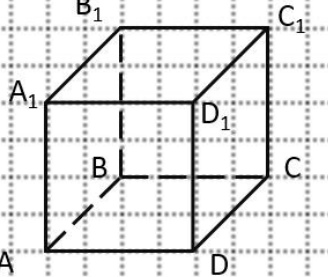
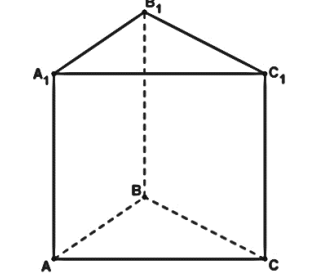
☞ **О-15.** Четырёхугольная призма, основания которой — параллелограммы, называется **параллелепипедом**.

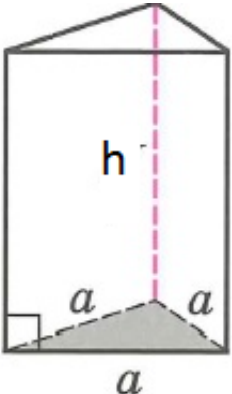
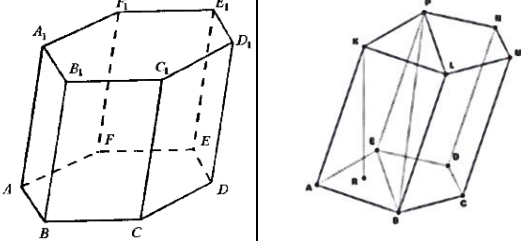
☞ **О-16.** Грани параллелепипеда, не имеющие общих вершин, называются **противолежащими**.

У параллелепипеда противоположные грани параллельны и равны.

Параллелепипеды бывают наклонные, прямые и прямоугольные.

Таблица 2 Виды призм

Определение	Чертеж	Основные формулы $S_{бок}$ - боковая поверхность, $S_{полн}$ - полная поверхность
<p>Прямоугольный параллелепипед — многогранник с шестью гранями, каждая из которых является в общем случае прямоугольником.</p>		<ol style="list-style-type: none"> $S_{бок} = 2h(a+b)$ $S_{полн} = 2(ab+bh+ah)$ $V = abh = S_{осн}h$ <p>где: a, b — стороны основания, h — боковое ребро (или высота), $S_{осн.} = ab$</p>
<p>Прямой параллелепипед — это параллелепипед, у которого боковые ребра перпендикулярны основаниям (в основании может быть не прямоугольник, а параллелограмм)</p>		<ol style="list-style-type: none"> $S_{бок} = 2h(a+b)$ $S_{полн} = 2(ab+bh+ah)$ $V = abh = S_{осн}h$ <p>где: a, b — стороны основания, h — боковое ребро (или высота), $S_{осн.} = ah_{осн}$, $h_{осн}$ - высота основания</p>
<p>Наклонный параллелепипед — это параллелепипед, боковые грани которого не перпендикулярны основаниям.</p>		<ol style="list-style-type: none"> $S_{бок}$ = сумма площадей боковых граней $S_{полн} = 2(ab+bh+ah)$ $V = abh$, <p>a, b — стороны основания, h — высота</p>
<p>Куб - прямоугольный параллелепипед, все грани которого квадраты</p>		<ol style="list-style-type: none"> $S_{бок} = 4a^2$ $S_{полн. пов.} = 6a^2$ $V = a^3$ <p>где a — сторона куба</p>
<p>Треугольная призма — это многогранник, все грани которого являются равными треугольниками, лежащими в параллельных плоскостях, а остальные грани (боковые грани) — параллелограммами, имеющими общие стороны с этими треугольниками.</p>		<ol style="list-style-type: none"> $S_{бок} = P_{осн.} \cdot h$ $S_{полн. пов.} = P_{осн.} \cdot h + 2S_{осн}$ $V = S_{осн.} \cdot h$ <p>h — высота</p>

Определение	Чертеж	Основные формулы $S_{бок}$ - боковая поверхность, $S_{полн}$ - полная поверхность
<p>Правильная треугольная призма - это треугольная призма, у которой основания правильные треугольники (все стороны которых равны, углы между сторонами основания составляют 60 градусов), а боковые грани – прямоугольники. Правильная треугольная призма — призма, в основаниях которой лежат два правильных треугольника, а все боковые грани строго перпендикулярны этим основаниям.</p>		<ol style="list-style-type: none"> $S_{бок}=3ah$ $S_{полн}=\frac{a}{2}(a\sqrt{3} + 6h)$ $V=\frac{a^2}{4}h\sqrt{3}$, <p>a — сторона основания, h— высота</p>
<p>N (3,5, 6) - угольная призма</p>		<ol style="list-style-type: none"> $S_{бок}=S_{осн}\cdot h$ $S_{полн}=2\cdot S_{осн}+S_{бок}$. $V=S_{осн}\cdot h$. <p>Для наклонных призм площадь каждой боковой грани определяется отдельно</p>

Задания для самостоятельной работы:

- Найдите объем, площадь боковой поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его стороны равны 20 и 30 см, а высота 0,5 м.
- Вычислите площадь полной поверхности и объём правильной треугольной призмы, если сторона основания равна 8 см, а высота - $h=3$ см.
- Вычислите объём прямоугольного параллелепипеда, если стороны основания равны 9 см и 4 см, площадь боковой грани равна 36 см².
- Найдите расстояние между вершинами В и А₁ прямоугольного параллелепипеда, если АВ=12, AD=7, AA₁=5.
- Найти, сколько потребуется металла для конструкции (рис. 2, а, б, в). Размеры даны в метрах.

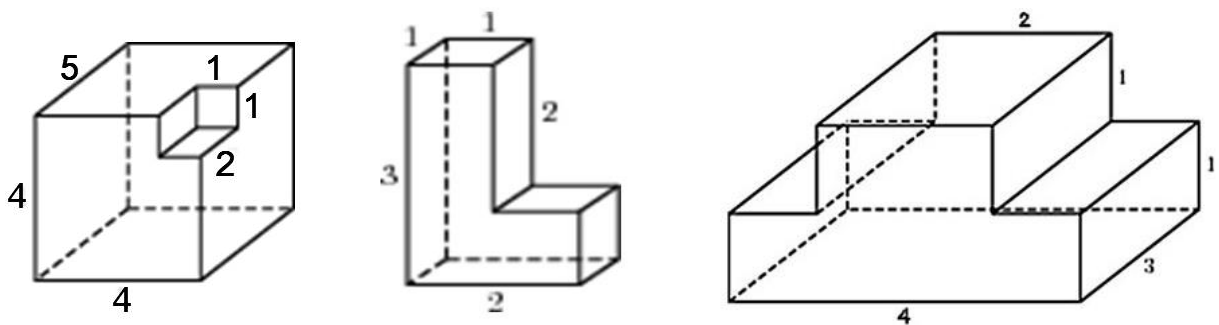


Рис. 2 (а, б, в)

- Из прямоугольного листа жести со сторонами $a=600$ мм и $b=300$ мм необходимо изготовить ящик наибольшего объёма, вырезав равные квадраты по углам и загибая затем жёсть так, чтобы образовались боковые стенки ящика. Какой должна быть сторона вырезанного квадрата?
- Площадь диагонального сечения куба равна $400\sqrt{2}$ см². Вычислите:
 - длину диагонали куба;
 - площадь поверхности куба;
 - объём куба.

Задание на дом:

- Сфотографировать на улице пять предметов, представляющих разные многогранники и отпрать в ВК преподавателю.